

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2010.05.006

基于自适应卡尔曼滤波的环境函数模型修正

赵志成

(黑龙江信息技术职业学院 软件教研室, 黑龙江 哈尔滨 150025)

摘要: 为更好地评价制导工具误差, 提出一种对环境函数模型修正的方法。利用机动目标跟踪理论和环境函数模型, 分别建立了状态方程和观测方程, 并利用机动频率自适应算法和偏差协方差自适应算法进行卡尔曼滤波, 得到更精确的平台坐标系视加速度。以某型导弹为例, 分别用传统环境函数模型和改进后环境函数模型对一段时间内平台坐标系各轴进行了仿真, 结果表明该模型有更好的计算结果。

关键词: 环境函数; 模型修正; 自适应卡尔曼滤波; 机动目标跟踪

中图分类号: O241.1 **文献标识码:** A

Modification of Environmental Function Model Based on Adaptive Kalman Filter

ZHAO Zhi-cheng

(Staff Room of Software, Heilongjiang Vocational College of Information Technology, Haerbin 150025, China)

Abstract: In order to evaluate control tool error is better, put forward an environmental function model correction method. Establish state equations and observation equation, using tracking maneuvering target and observation function model. And then progress kalman filter according to maneuvering frequency adaptive algorithm and windage covariance adaptive algorithm, thereby, get a more accurate apparent acceleration of platform coordinate. Taking certain type missile as example, comparing the simulating results gotten by the classical environmental function model with the simulating results gotten by the modified method, the results show that the modified model has smaller errors.

Keywords: Environmental function; Model modify; Adaptive Kalman filter; Tracking maneuvering target

0 引言

在评价航天运载器制导工具误差中, 环境函数模型主要应用到直接评价制导工具误差^[1]和与弹道仿真相结合, 评价制导工具误差^[2]两个方面。但由于环境函数建立在制导工具误差较小的情况下, 求取陀螺漂移角速率时用沿惯性坐标系的加速度代替沿平台坐标系的加速度, 其方法本身存在近似误差, 特别是在制导工具误差系数较大的情况下, 误差会随时间发散。故借鉴机动目标跟踪的思想, 用自适应卡尔曼滤波对环境函数模型进行修正, 通过预测—平滑的方法求解沿平台坐标系的加速度分量, 并通过机动频率自适应算法与偏差协方差自适应算法对卡尔曼滤波的基本方程进行自适应调整, 以增加方法的适用性与使用范围。

1 传统环境函数模型与存在的问题

1.1 环境函数模型

环境函数法一直作为一种经典的理论被广泛应用, 其主要模型如下^[2]:

陀螺漂移模型:

$$\begin{cases} \dot{\alpha}_{xp} = D_{01} + D_{11} \dot{W}_{xp} + D_{21} \dot{W}_{zp} + D_{31} \dot{W}_{xp} \dot{W}_{zp} \\ \dot{\alpha}_{yp} = D_{02} + D_{12} \dot{W}_{yp} + D_{22} \dot{W}_{zp} + D_{32} \dot{W}_{yp} \dot{W}_{zp} \\ \dot{\alpha}_{zp} = D_{03} + D_{13} \dot{W}_{zp} + D_{23} \dot{W}_{yp} + D_{33} \dot{W}_{zp} \dot{W}_{yp} \end{cases} \quad (1)$$

平台坐标轴的漂移量 α_{xp} 、 α_{yp} 、 α_{zp} 较小, 则视加速度 \dot{W} 沿惯性坐标系的分量 \dot{W}_{xA} 、 \dot{W}_{yA} 、 \dot{W}_{zA} 与沿平台坐标系的分量 \dot{W}_{xp} 、 \dot{W}_{yp} 、 \dot{W}_{zp} 之间可用小角度转动的方向余弦关系表示为:

$$\begin{bmatrix} \dot{W}_{xp} \\ \dot{W}_{yp} \\ \dot{W}_{zp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{xp} & \alpha_{yp} \\ \alpha_{zp} & 1 & -\alpha_{xp} \\ -\alpha_{yp} & \alpha_{xp} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{W}_{xA} \\ \dot{W}_{yA} \\ \dot{W}_{zA} \end{bmatrix} \quad (2)$$

由陀螺漂移引起的视加速度误差为:

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{W}_{gxA} \\ \delta \dot{W}_{gyA} \\ \delta \dot{W}_{gzA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{W}_{xA} \\ \dot{W}_{yA} \\ \dot{W}_{zA} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{xp} & \alpha_{yp} \\ \alpha_{zp} & 1 & -\alpha_{xp} \\ -\alpha_{yp} & \alpha_{xp} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{W}_{xA} \\ \dot{W}_{yA} \\ \dot{W}_{zA} \end{bmatrix} \quad (3)$$

加速度表简化误差模型为:

$$\begin{cases} \delta \dot{W}_{axA} = C_{01} + C_{11} \dot{W}_{xA} \\ \delta \dot{W}_{ayA} = C_{02} + C_{12} \dot{W}_{yA} \\ \delta \dot{W}_{azA} = C_{03} + C_{13} \dot{W}_{zA} \end{cases} \quad (4)$$

收稿日期: 2009-12-26; 修回日期: 2010-02-12

作者简介: 赵志成 (1982-), 男, 黑龙江人, 讲师, 从事 Kalman 滤波与应用、ARM 研究。

则制导工具引起的总加速度误差为：

$$\begin{cases} \delta \dot{W}_x = \alpha_{xp} \dot{W}_{yA} - \alpha_{yp} \dot{W}_{xA} + C_{01} + C_{11} \dot{W}_{xA} \\ \delta \dot{W}_y = \alpha_{xp} \dot{W}_{zA} - \alpha_{zp} \dot{W}_{xA} + C_{02} + C_{12} \dot{W}_{yA} \\ \delta \dot{W}_z = \alpha_{yp} \dot{W}_{xA} - \alpha_{zp} \dot{W}_{yA} + C_{03} + C_{13} \dot{W}_{zA} \end{cases} \quad (5)$$

对式 (5) 进行积分，即可得制导工具引起的速度误差，再次积分即可得位置误差。

1.2 存在的问题

用环境函数模型分析制导工具误差时，因为 \dot{W}_{xp} 、 \dot{W}_{yp} 、 \dot{W}_{zp} 不可知，无法计算式 (1)，处理方法是使用 \dot{W}_{xA} 、 \dot{W}_{yA} 、 \dot{W}_{zA} 代替 \dot{W}_{xp} 、 \dot{W}_{yp} 、 \dot{W}_{zp} ，这种代替造成了误差，并且随着时间的积累，误差逐渐扩大，特别是在制导工具误差偏大时，这种现象更为严重。故提出基于自适应卡尔曼滤波的模型修正方法，通过不断的预测—平滑，对平台坐标系的加速度进行预测修正，从而减小误差，提高环境函数模型的精度。

2 模型修改

2.1 机动目标当前统计模型

当目标正以某一加速度机动时，下一时刻的加速度取值是有限的，且只能在“当前”加速度的邻域内，我国学者周宏仁提出了机动目标当前统计模型^[4]。该模型本质上是非零均值时间相关模型，其机动加速度的“当前”概率密度用修正的瑞利分布描述，均值为“当前”加速度预测值，随机机动加速度在时间轴上仍符合一阶时间相关过程。基于当前统计模型，一维情况下的状态方程为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \dots \\ x(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{bmatrix} \bar{a} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega(t) \quad (6)$$

其中， $x(t)$ 代表目标的当前位置， α 为机动时间常数的倒数，即机动频率， \bar{a} 为机动加速度均值， $\omega(t)$ 为均值为 0，方差为 $2\alpha\sigma_a^2$ 的白噪声， $E(\omega^2(t))=Q$ ， σ_a^2 为目标加速度方差。通过对式 (6) 离散化，可建立卡尔曼滤波的基本方程。 Q 表达式、具体离散化过程及卡尔曼滤波公式参考文献^[4]。

2.2 状态量和观测量的选取与滤波方程的建立

将加速度、加速度的一阶导数、加速度的二阶导数作为状态量，建立当前统计模型如下（以 x 方向为例）：

$$\begin{bmatrix} \ddot{W}_{xp} \\ \dot{W}_{xp} \\ W_{xp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{W}_{xp} \\ W_{xp} \\ W_{xp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{bmatrix} \bar{a} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega(t) \quad (7)$$

\dot{W}_{xp} 为视加速度沿平台坐标系 x 轴的分量，其余各量的定义同式 (6)。式 (7) 即为 x 方向的观测方程。同理，可建立 y 、 z 方向的观测方程。因为视加速度在各个方向的变化趋势不一样，所以各方向的机动频率、机动加速度均值、噪声等都应分别定义。将所建立的状态方程进行离散化，即可建立卡尔曼滤波的基本方程。

观测量选为可通过地面模拟求取的视加速度沿惯性坐标系的分量 \dot{W}_{xA} 、 \dot{W}_{yA} 、 \dot{W}_{zA} ，为表述方便，选择式 (2) 中的转换矩阵构造观测矩阵如下：

$$\begin{bmatrix} \dot{W}_{xA} \\ \dot{W}_{yA} \\ \dot{W}_{zA} \end{bmatrix} = H_0 \begin{bmatrix} \dot{W}_{xp} \\ \dot{W}_{yp} \\ \dot{W}_{zp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{xp} & \alpha_{yp} \\ \alpha_{zp} & 1 & -\alpha_{xp} \\ -\alpha_{yp} & \alpha_{xp} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{W}_{xp} \\ \dot{W}_{yp} \\ \dot{W}_{zp} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{W}_{xA}(k) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = H_x \begin{bmatrix} \dot{W}_{xp}(k) \\ \dot{W}_{yp}(k) \\ \dot{W}_{zp}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_0(1,1) & H_0(1,2) & H_0(1,3) \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{W}_{xp}(k) \\ \dot{W}_{yp}(k) \\ \dot{W}_{zp}(k) \end{bmatrix} + \eta(k) \quad (9)$$

式 (9) 即为 x 方向的观测方程。同理，可构造 y 、 z 方向的观测方程。而式 (8) 中漂移角 α_{xp} 、 α_{yp} 、 α_{zp} 的求取则用上一步求得的 \dot{W}_{xp} 、 \dot{W}_{yp} 、 \dot{W}_{zp} 通过式 (1) 进行积分求得。

2.3 机动频率自适应

由系统状态方程的建立可以看出，状态转移矩阵和噪声矩阵都是机动频率 α 的函数。而 α 的取值一般是根据经验和对目标状态的估计事先确定，但当目标机动时， α 的值不一定仍然适合目标的性质。文献^[5]提出了一种机动频率自适应的算法，能根据目标机动或非机动的情况自适应得到确定机动频率，从而更精确地描述目标的机动性质。主要思路是跟踪滤波器中残差的方差与均值，并进行分析，从而确定滤波器性能的高低，进而对 α 进行调整。其具体实现是首先将机动频率设为：

$$\alpha = \gamma(t)\alpha_0 \quad (10)$$

其中， $\gamma(t)$ 是调整值，且为时变的，根据滤波器的残差特性，自适应的调整 $\gamma(t)$ ，使其自动跟踪目标的机动状态。目标的残差向量为：

$$d(k) = Z(k) - H(k) \hat{X}(k|k-1) \tag{11}$$

它反映了系统模型依赖量测值的程度，在理想状态下为白噪声，其方差定义为：

$$P(k) = H(k)[\Phi(k-1)P(k-1)\Phi'(k-1) + Q(k-1)]H'(k) + R(k) \tag{12}$$

取可实际观测的量的残差进行估计和检验，则一段时间内残差的均质和方差的估计值为：

$$\hat{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=-n}^n d(i) \quad \hat{P} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=-n}^n (d(i) - \hat{d})(d(i) - \hat{d})^T \tag{13}$$

在一定显著性水平 α 下，假设 $H_0: \hat{d} = 0$ ，跟踪无偏离； $H_1: \hat{d} \neq 0$ ，跟踪出现偏差； $H_2: \hat{P} = P$ ，跟踪平稳； $H_3: \hat{P} \neq P$ ，跟踪有剧烈震荡。则根据假设检验理论，可对统计得到的 \hat{d} 与 \hat{P} 进行假设检验。则 $\gamma(t)$ 的自适应算法为：

$$\gamma(t) = \begin{cases} 1, & H_0, H_1 \text{ 成立} \\ 0.1 (\hat{P}/P) + \hat{d}/(z_{1-\alpha/2} \sqrt{\hat{P}}/\sqrt{n}) & H_0, H_3 \text{ 成立} \\ 0.1 (\hat{P}/P) + 1.2 \hat{d}/(z_{1-\alpha/2} \sqrt{\hat{P}}/\sqrt{n}) & H_1, H_2 \text{ 成立} \\ 0.2 (\hat{P}/P) + 1.4 \hat{d}/(z_{1-\alpha/2} \sqrt{\hat{P}}/\sqrt{n}) & H_1, H_3 \text{ 成立} \end{cases} \tag{14}$$

2.4 自适应偏差协方差

目标加速度方差 σ_a^2 的确定同样十分重要，因为它直接决定着 Q 矩阵。传统的办法^[4]是：

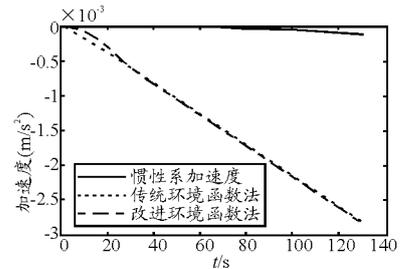
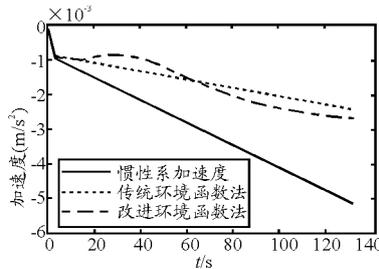
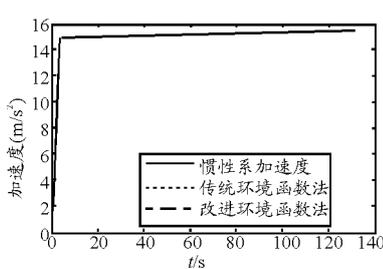


图 1 平台坐标系 x 轴加速度分量曲线 图 2 平台坐标系 y 轴加速度分量曲线 图 3 平台坐标系 z 轴加速度分量曲线

该方法的计算量明显大于传统环境函数模型，但随着计算机技术的不断进步，计算时间的开销消耗越来越微小，而且与精度相比较，计算时间的影响是次要的。通过比较，证明了该方法的可行性，可以对制导工具误差进行更合理地评价。

参考文献：

[1] 袁宇, 王明海. 基于环境函数分析的制导工具误差补偿方法研究[J]. 弹箭与制导学报, 2006, 26(3): 279-282.
 [2] 胡昌华, 扈晓翔, 骆功纯. 基于试验设计与弹道仿真的制导工具误差快速评价方法[J]. 中国惯性技术学报,

当前加速度为正时，有：

$$\sigma_a^2 = \frac{4-\pi}{\pi} (A_{\max} - \hat{X}(k|k-1))^2 \tag{15}$$

当前加速度为负时，有：

$$\sigma_a^2 = \frac{4-\pi}{\pi} (A_{\max} + \hat{X}(k|k-1))^2 \tag{16}$$

其中， A_{\max} 与 A_{\min} 根据经验事先确定，且一般不会太大，而试验表明，一旦目标机动加速度超过该值，其跟踪性能会明显恶化，因此，跟踪机动加速度的相对动态范围就较小。文献[6]中提出通过统计平均偏差来自适应的调整 σ_a^2 ，具体实现为：记 k 时刻的统计平均偏差为：

$$\bar{d}_k = \frac{|d(k)| + |d(k-1)| + \dots + |d(k-L+1)|}{L} \tag{17}$$

其中， L 为统计平均长度，则机动加速度方差自适应调整如下：

$$\sigma_a^2 = \frac{4-\pi}{\pi} (d(k) - \bar{d}_k)^2 \tag{18}$$

3 仿真分析

针对某型导弹，分别用传统环境函数模型和改进环境函数模型对一段时间内平台坐标系各轴上的加速度分量进行仿真计算，其结果如图 1、2、3。

通过对平台进行半实物仿真，并与仿真计算的结果进行比较，发现改进环境函数模型的计算值明显好于传统环境函数模型。

4 结论

2007, 15(5): 542-545.
 [3] 张金槐. 远程火箭精度分析与评估[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1995: 122-126.
 [4] 周宏仁, 敬忠良, 王培德. 机动目标跟踪[M]. 北京: 国防工业出版社, 1994: 133-142.
 [5] 刘昌云, 刘进忙, 陈长兴, 等. 机动目标跟踪的机动频率自适应算法[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(6): 962-963.
 [6] 赵延. 机动目标自适应卡尔曼滤波算法研究[D]. 成都: 电子科技大学硕士学位论文, 2004: 39-40.
 [7] 吴宝军. 基于卡尔曼滤波算法装备维修器材需求量预测[J]. 四川兵工学报, 2009(8): 99-100.